



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Кафедра «Математика и информатика»

**Методические указания
и контрольная работа
по дисциплине
«Стохастическая финансовая математика»
для магистрантов
заочной формы обучения
направление подготовки 38.04.05
Бизнес-информатика**

Ростов-на-Дону
2026

1. Финансовые вычисления

Наиболее распространенными практическими задачами являются следующие:

1. Определение параметров депозитных операций.
2. Расчеты параметров потоков платежей.
3. Составление планов погашения кредитов.
4. Финансовые вычисления по ценным бумагам.
5. Расчеты по инвестиционным проектам.

Несмотря на то, что перечисленные финансовые операции все очень разные в них присутствуют общие элементы расчетов параметров доходности и условной конверсии платежей.

Основные понятия финансовой математики:

Процентные деньги - абсолютная величина дохода.

Процесс увеличения суммы денег называется ростом или наращиванием денег (этой суммы).

Таким образом, согласно договоренности между кредитором и заемщиком процентные деньги могут либо выплачиваться по мере их начисления либо присоединяться к сумме основного долга (капитализация процентов).

При заключении контракта (соглашения) обе стороны оговаривают условия контракта, а именно размер процентных ставок, способ начисления процентов и временной период.

Таким образом, показателем эффективности в финансовом анализе служат процентные ставки, способ их начисления и фактор времени.

Фактор времени основан на равномерном распределении денег в разные календарные сроки. Одинаковая сумма денег «сегодня» и денег «завтра» оцениваются по-разному. Сегодняшние деньги приравняются к возросшей сумме в будущем и, наоборот, вместо денег «завтрашних» можно согласиться на уменьшение выплаты, но «сегодня».

Итак, мы определили, что при движении денег важен фактор времени. Используемые в течении некоторого времени деньги должны приносить владельцу денег определенный доход, зависящий от длительности их использования. Величину этого дохода измеряют в процентах от суммы используемых денег. Практикуются два способа расчета процентов: начисление простых процентов и начисление сложных процентов.

Система начисления процентных ставок:

Простые проценты.

S_0 - начальный капитал,

r - процентная ставка,

S_n - наращиваемая сумма (за n - периодов), тогда

$$S_1 = S_0 + rS_0$$

$$S_1 = S_0(1 + r)$$

$$S_2 = S_1 + rS_0 = S_0(1 + r) + rS_0 = S_0(1 + 2r)$$

.....

$$S_n = S_0(1 + nr) \quad (1)$$

Сложные проценты.

Для сложных процентов одна и та же процентная ставка начисляется на предыдущую сумму:

$$S_1 = S_0 + rS_0 = S_0(1 + r)$$

$$S_2 = S_1 + rS_1 = S_1(1 + r) = S_0(1 + r)(1 + r) = S_0(1 + r)^2$$

.....

$$S_n = (1 + r)S_{n-1} = (1 + r)(1 + r)S_{n-2} = \dots = (1 + r)^n \cdot S_0$$

$$S_n = S_0(1 + r)^n \quad (2)$$

Очень часто при начислении сложных процентов используется формула:

$$S_n = S_{n-1} \cdot e^\rho \quad (3)$$

$$S_n = S_0 \cdot e^{n\rho},$$

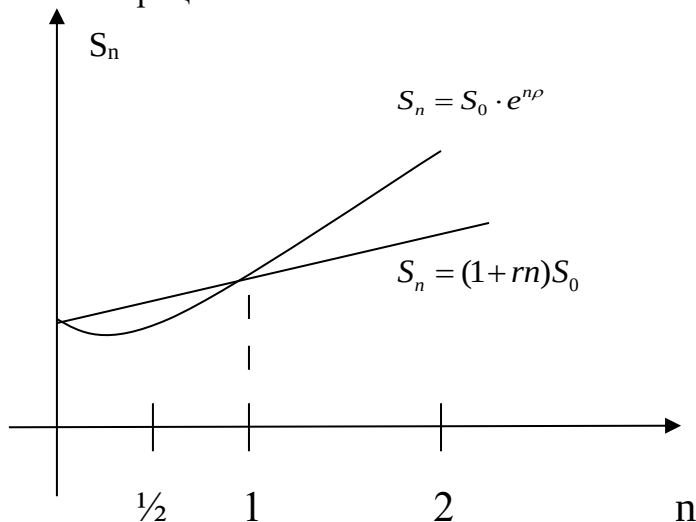
ρ - процентная ставка

Установим связь между r и ρ

$$\rho = \ln\left(\frac{S_n}{S_{n-1}}\right) = \ln\left(1 + \frac{S_n - S_{n-1}}{S_{n-1}}\right), \text{ поскольку } r = \frac{S_n - S_{n-1}}{S_{n-1}}, \text{ то}$$

$\rho = \ln(1 + r)$ и для малых значений r ($\ln(1 + r) \approx r$), $\rho \approx r$.

На графике приведены зависимости наращенных сумм для простых и сложных процентов.



Из графика видно, что при $n < 1$ начисление по простым процентам (незначительно) превышает начисление по сложным процентам; при $n > 1$ начисления по сложным процентам доминируют над простыми процентами, т.е. наблюдается значительный рост наращенной суммы в условиях сложных процентов.

Дисконтирование и удержание процентов.

Дисконтирование, в определенном смысле, является обратной процедурой по отношению к процессу начисления процентов.

В данном случае имеется финальная сумма денег (наращенная) S_n и необходимо определить начальное вложение, либо условия начисления процентных ставок.

Дисконтирование используется для выдачи ссуды банком заемщику. т.е. дисконтирование есть некий аванс выдаваемый банком заемщику на определенный период времени, на условиях процентных ставок и последующими выплатами до наступления срока ее погашения. Другим вариантом дисконтирования является учет векселей в банке, когда банк принимает вексель от предъявителя, выдает ему обозначенную на векселе сумму до срока его погашения. При этом банк удерживает в свою пользу проценты (дисконт) от суммы векселя за время погашения. Подобным образом государство продает большинство своих ценных бумаг называемых долговыми обязательствами.

Дисконтирование широко используется для определения нынешнего эквивалента стоимости сумм, которые будут получены или израсходованы в будущем.

Если норма дисконта равна 10%, а сумма в 110 \$ будет получена через год, то ее нынешняя стоимость составит 100 \$.

И так, пусть S_0 - начальный капитал (вклад)

S_n - финальный капитал (доход).

Будем считать, что $n=1$.

Для определения эффективности сделки используются две величины:

1. Рост, процентная ставка r :

$$r = \frac{S_1 - S_0}{S_0}; \quad r = \frac{\Delta S_1}{S_0}$$

2. Дисконт, (скидка):

$$d = \frac{S_1 - S_0}{S_1}; \quad d = \frac{\Delta S_1}{S_1}$$

Обе величины представляют собой (характеризуют) отношение приращения капитала либо к начальному вкладу (доходность), либо к финальной сумме (дисконт).

Очевидно, что эти величины связаны между собой:

$$S_1 = S_0(1+r) \quad (4)$$

$$S_0 = S_1(1-d) \quad (5)$$

Отсюда следует

$$r = \frac{d}{1-d}, \text{ или } d = \frac{r}{1+r} \quad (6), (7)$$

Таким образом, когда речь идет о начислении простых процентов мы пользуемся формулой (4), когда речь идет о простом дисконте используем формулу (5).

В условиях той или иной сделки, будь то начисление процентов, либо расчет дисконта указывают базовый период, равный году. На практике приходится иметь дело с краткосрочными займами, либо более длительными периодами, чем год.

Рассмотрим исчисление дисконта за k -периодов. Имеем финальный капитал S_n , требуется определить стоимость этого капитала в момент времени $n-k$, т.е. S_{n-k} . Запишем S_{n-1} используя формулу (5)

$$S_{n-1} = S_n \cdot (1 - d).$$

Определим S_{n-2} :

$$S_{n-2} = S_{n-1} - S_n \cdot d = S_n(1 - d) - d \cdot S_n = S_n(1 - 2d)$$

.....

$$S_{n-k} = S_n(1 - kd) \quad (8)$$

Возникает задача, исходя из годовой процентной ставки, или годового дисконта определить месячную простую ставку или месячный простой дисконт. Определим месячную процентную ставку. Мы знаем, что в году 12 месяцев, тогда накопленная за год сумма для месячной процентной ставки будет, в соответствии с формулой (1) равна:

$$S_r = S_0(1 + 12 \cdot r_m) \quad (9)$$

Аналогичная сумма начисленная по годовой процентной ставке будет равна:

$$S_r = S_0(1 + r_r) \quad (10)$$

Сопоставив эти уравнения, легко находим, что $r_m = \frac{r_r}{12}$. Однодневная процентная ставка будет равна $r_o = \frac{r_r}{365}$. Аналогичные соотношения справедливы для дисконта. Для месячного дисконта $d_m = \frac{d_r}{12}$, а для дневного $d_o = \frac{d_r}{365}$.

Пример 1.1: Определить во что превратиться начальная сумма $S_0 = 1000\$$, через 14 месяцев, при годовой процентной ставки $r_r = 10\%$.

Решение: Определим месячную процентную ставку $r_m = \frac{0,1}{12}$

$$S_1 = S_0(1 + r_m \cdot 14) = 1000 \left(1 + \frac{0,1}{12} \cdot 14 \right) = 1116\$.$$

Аналогичный пример для дисконта.

Пример 1.2: Вексель выдан сроком на 1 год на 10 000 \$ под 10% дисконт. Вексель предъявлен к оплате через 10 месяцев. Сколько будет выплачено по этому векселю.

Решение: Определим месячный дисконт

$$d_m = \frac{d_r}{12} = \frac{0,1}{12}$$

$$S_0 = S_1(1 - 2 \cdot d_m) = 10000 \left(1 - 2 \cdot \frac{0,1}{12} \right) = 9833\$$$

Соотношение между годовой процентной ставкой и месячной процентной ставкой при сложных начислениях процентов.

$$S_z = S_0 e^{\rho_z}$$

$$S_r = S_0 e^{12 \rho_m}$$

следовательно $12 \rho_{\text{м}} = \rho_{\text{е}} \Rightarrow \rho_{\text{м}} = \frac{\rho_{\text{е}}}{12}$.

Пример 1.3: Сберегательный банк начисляет ежегодно 8 % сложных. Клиент положил в этот банк 20.000 руб. Какая сумма будет на его счете через 1,5 года?

Решение: $\rho_{\text{м}} = \frac{\rho_{\text{е}}}{12} = \frac{0,08}{12}$

$$S_{1,5} = S_0 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,08}{12}} = 20000 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,08}{12}} = 22549,94$$

либо воспользовавшись формулой (2). Для этого используем легко выводимую формулу для вычисления месячной процентной ставки: $r_{\text{м}} = \exp\left(\frac{\ln r_{\text{е}}}{n}\right) - 1 = 0,006$

$$r_{\text{м}} = \frac{r_{\text{е}}}{12} = \frac{0,08}{12}$$

$$S_{1,5} = 20000(1 + 0,006)^{18} = 22273,77$$

Из результатов вычислений видно, что имеется небольшая разница.

Пример 1.4: Производственная фирма берет ссуду в банке 10000 руб. на 3 месяца. Сколько она должна вернуть через 3 месяца, если возьмет ссуду под 8 % простого дисконта?

Решение: Используем формулу:

$$S_0 = S_n(1 - n \cdot d)$$

$$S_0 = 10.000$$

$$d = 8\% = 0,08$$

$$n = 1/4 = 0,25$$

$$(3 \text{ месяца от } 12 \text{ мес. } \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25)$$

$$10.000 = S_n(1 - 0,25 \cdot 0,08)$$

$$S_n = \frac{10000}{1 - 0,25 \cdot 0,08} = 10204$$

Пример 1.5: Сколько должна вернуть банку фирма из предыдущего примера, если она возьмет ссуду под 8 % простых годовых?

Решение: По формуле $S_n = S_0(1 + nr)$

$$S_n = ? \quad S_0 = 10000$$

$$n = 0,25$$

$$r = 0,08$$

$$S_n = 10000(1 + 0,25 \cdot 0,08) = 10000 \cdot 1,02 = 10200 \text{ (руб.)}$$

Сравнивая полученный результат с результатом предыдущего примера, получим, что выгоднее давать ссуду под простой дисконт, чем под простой процент.

2. Приведение ценности денег к одному моменту времени

В финансовых расчетах очень важно сопоставлять между собой суммы денег, которые мы можем получить в различные моменты времени. Допустим мы

инвестируем деньги под простой годовой процент, то через n лет мы можем получить сумму S_n :

$$S_n = S_0(1 + n \cdot r), \text{ отсюда}$$

$$S_0 = \frac{S_n}{1 + n \cdot r},$$

S_0 можно рассматривать как сегодняшнюю стоимость денег которую мы получим через n лет. Рассмотрим следующий пример.

Пример 2.1: Допустим мы инвестируем деньги в строительство квартиры. Дом, в котором будет находиться эта квартира будет, построен через 4 года. Прогнозируемая стоимость квартиры будет равна $S_4 = 35000\$$. Инвестируемая стоимость этой квартиры на сегодняшний день $S_0 = 30000\$$. В тоже время имеется возможность положить $S_0 = 30000\$$ на 2 года в банк под 10% годовых.

Сравнить между собой инвестирование квартиры и сохранение денег в банке.

Решение:

$$S_4 = 35000\$$$

Рассчитаем инвестирование. Нам известно: $S_0 = 30000\$$, $S_4 = 35000\$$,
можем определить процентную ставку исходя из формулы

$$S_4 = S_0(1 + 4 \cdot r) \Rightarrow r = \frac{S_4 - S_0}{4 \cdot S_0} = 0,041$$

$$\text{Рассчитаем } S_2 = S_0(1 + 2 \cdot 0,041) = 32460$$

Рассчитаем вторую финансовую операцию:

$$S_2 = S_0(1 + 2 \cdot 0,1) = 30000 \cdot 1,2 = 36000$$

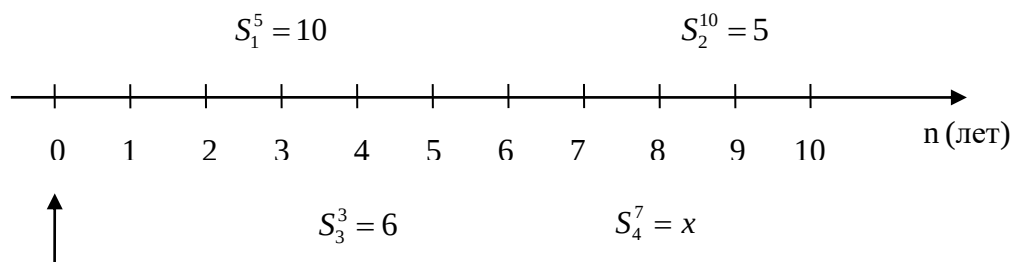
Таким образом вторая финансовая операция выгодней первой финансовой операции, поскольку дает дополнительный доход 3540\$.

В этом примере мы продемонстрировали один из приемов сравнения стоимости денег в различных финансовых операциях. А именно мы привели эти финансовые операции к одному моменту времени.

Определение. Два контракта будем называть эквивалентными, если после приведения к одному моменту времени стоимости денег будут одинаковы.

Пример 2.2: Фирма обязалась заплатить за полученное о города производственное помещение 10000 рублей через 5 лет и еще 5000 рублей через 10 лет от настоящего момента. Фирма желает рассчитаться быстрее: уплатить 6000 рублей через 3 года, а остальные выплатить через 7 лет (от настоящего момента времени). Какая сумма денег должна быть выплачена через 7 лет, если на деньги начисляются 8% простых в год?

Решение: изобразим сумму первого контракта над осью времени, а второго под осью времени. Стрелка снизу указывает данный момент времени.



Дисконтируем все суммы:

$$S_0^1 = ?, \quad S_0^2 = ?, \quad S_0^3 = ?, \quad S_0^4 = ?$$

$$S_0 = \frac{S_n}{1 + rn}$$

$$S_0^1 = \frac{S_1^5}{1 + 0,08 \cdot 5} = \frac{10}{1 + 0,08 \cdot 5} = \frac{10}{1,4} = 7,143$$

$$S_0^2 = \frac{S_2^{10}}{1 + 0,08 \cdot 10} = \frac{5}{1 + 0,08 \cdot 10} = \frac{5}{1,8} = 2,778$$

$$S_0^3 = \frac{S_3^3}{1 + 0,08 \cdot 3} = \frac{6}{1 + 0,08 \cdot 3} = \frac{6}{1,24} = 4,839$$

$$S_0^4 = \frac{S_4^7}{1 + 0,08 \cdot 7} = \frac{x}{1,56}$$

Контракты будут эквивалентны, если выполняется равенство:

$$S_0^1 + S_0^2 = S_0^3 + S_0^4$$

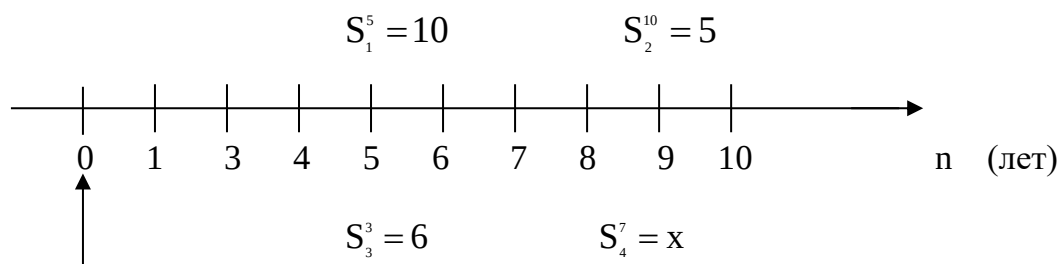
$$\text{получим: } 7,143 + 2,778 = 4,839 + \frac{x}{1,56}$$

$$\text{выразим } x: \quad x = (7,143 + 2,778 - 4,839) \cdot 1,56 = 7,928$$

Сократив сроки платежей, фирма уменьшит суммарные выплаты с 15000 рублей до:
 $6000 + 7,928 = 13928$ руб.

Пример 2.3: Транспортная компания собирается приобрести грузовой автомобиль, цена которого 55.000 рублей. Компания получила два предложения.

Решение: Изобразим сумму первого контракта над осью времени, а второго под осью времени, стрелка снизу указана современный момент времени.



Дисконтируем все суммы:

$$(S_0^1 = ?, S_0^2 = ?, S_0^3 = ?, S_0^4 = ?)$$

$$(S_0^1 = ?, S_1^2 = ?, S_0^3 = ?, S_0^4 = ?)$$

$$S_0 = \frac{S_n}{1+rn}$$

$$S_0^1 = \frac{S_1^5}{1+0,08 \cdot 5} = \frac{10}{1+0,08 \cdot 5} = \frac{10}{1,4} = 7,143$$

$$S_0^2 = \frac{S_2^{10}}{1+0,08 \cdot 10} = \frac{5}{1+0,08 \cdot 10} = \frac{5}{1,8} = 2,778$$

$$S_0^3 = \frac{S_3^3}{1+0,08 \cdot 3} = \frac{6}{1+0,08 \cdot 3} = \frac{6}{1,24} = 4,839$$

$$S_0^4 = \frac{S_4^7}{1+0,08 \cdot 7} = \frac{x}{1,56}$$

Контракты будут эквивалентны, если выполняется равенство:

$$S_0^1 + S_0^2 = S_0^3 + S_0^4$$

$$\text{получим: } 7,143 + 2,778 = 4,839 + \frac{x}{1,56},$$

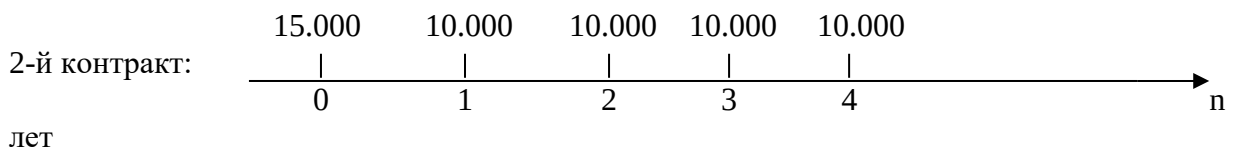
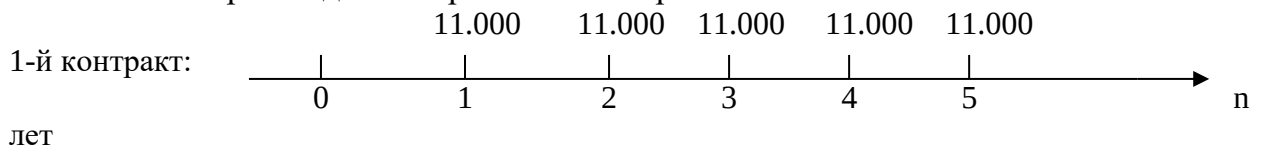
$$\text{выразим } x: x = (7,143 + 2,778 - 4,839) \cdot 1,56 = 7,928.$$

Сократив сроки платежей, фирма уменьшит суммарные выплаты с 15000 рублей до:

$$6000 + 7,928 = 13928 \text{ руб.}$$

Пример 2.4: Транспортная компания собирается приобрести грузовой автомобиль, цена которого 55000 рублей. Компания получила два предложения: выплатить цену автомобиля в течении 5 лет по 11000 рублей в конце каждого года, или заплатить в момент покупки 15000 руб., а последующие четыре года платить по 10000 руб. Выяснить, какой контракт выгоднее для компании, если на деньги начисляются 8 % простых в год.

Решение: Изобразим два контракта на оси времени:



Вычислим современную ценность контрактов S_1 , S_2 . В нулевой (начальный) момент времени:

$n = 0$; $S_1 = ?$; $S_2 = ?$ при условии, что на деньги начисляются 8 % простых в год.

Для вычислений используем общую формулу:

$$S_0 = \frac{S_n}{1+r \cdot n}$$

$$S_1 = \sum_{n=1}^5 \frac{S_n}{1+r \cdot n} = \frac{11.000}{1+2 \times 0,08} + \frac{11.000}{1+2 \times 0,08} + \frac{11.000}{1+3 \times 0,08} + \frac{11.000}{1+4 \times 0,08} + \frac{11.000}{1+5 \times 0,08} = 44729.39 \text{ руб.}$$

$$S_0 + \sum_{n=1}^4 \frac{S_n}{1+r \cdot n} = 15.000 + \frac{10.000}{1+1 \cdot 0,08} + \frac{10.000}{1+2 \cdot 0,08} + \frac{10.000}{1+3 \cdot 0,08} + \frac{10.000}{1+4 \cdot 0,08} = 48.520.22 \text{ руб.}$$

Следовательно современная ценность в нулевой (начальный) момент времени первого предложения меньше, чем второго. Таким образом первый контракт выгоднее для компании.

3. Структура финансового рынка

Главные товары финансового рынка:

- Наличные деньги
- Банковские кредиты
- Ценные бумаги

Финансовый рынок принято разделять:



Ценные бумаги:

- **Долговые обязательства (облигации)** – ценные бумаги с фиксированными доходами, и фиксированным временем погашения. Все ценные бумаги такого рода происходят от простой расписки, удостоверяющей, что одно лицо (кредитор) представил другому лицу (дебитору) определенную сумму денег с фиксированными оговоренными условиями возврата.
- **Акции** – это ценные бумаги, представляющие право их владельца на долю собственности акционерной компании. Владелец акции имеет право на голоса в принятии основных решений и право на получение дивидендов из прибылей компании.
- **Фьючерсы (контракты на поставку в будущем)** – это обязательство продавца поставить к определенной дате определенное количество товара в определенное место. Под товаром может пониматься реальный товар (зерно, мясо, нефть) либо ценные бумаги в том числе акции.

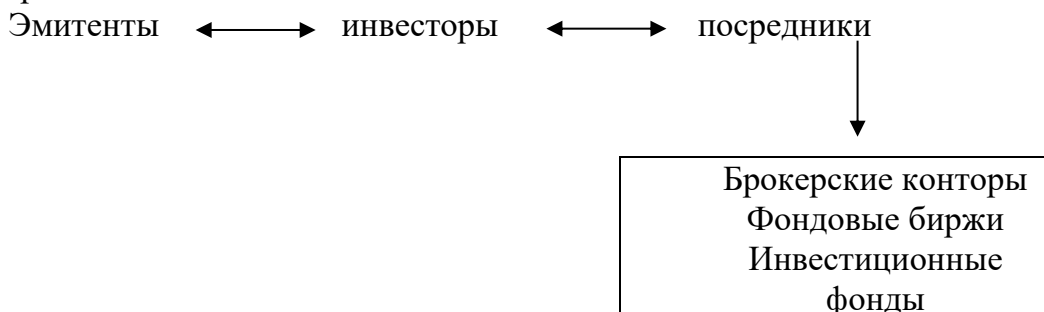
▪ **Опционы** – вторичные ценные бумаги, предоставляющие владельцу право совершить покупку определенного количества товара по фиксированной цене или продать товар по фиксированной цене в определенный момент времени (европейский опцион) или до определенного момента времени (американский опцион). Опцион отличается от фьючерса тем, что он может быть предъявлен или нет в зависимости от ситуации на рынке, в то время как фьючерс обязателен к исполнению.

Субъектами, действующими лицами, на фондовом рынке являются:

- **Эмитенты** – организации, выпускающие ценные бумаги.
- **Инвесторы** – владельцы, вкладывающие капитал в ценные бумаги.
- **Посредники** – осуществляющие движение ценных бумаг от эмитентов к инвесторам.

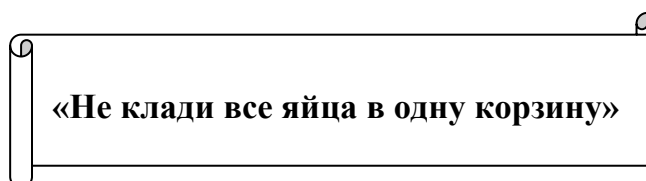
Можно отметить, что одни и те же физические и юридические лица могут выступать в роли эмитента, инвестора и посредника.

Отношение между эмитентами, инвесторами и посредниками показано на диаграмме:



Определение: Портфелем ценных бумаг данного лица (или организации) называется совокупность принадлежащих ему ценных бумаг.

Основной принцип работы на финансовом рынке ценных бумаг соответствует житейской мудрости:



Применительно к рынку это означат, что инвестор не должен приобретать ценные бумаги только одного вида. Необходимо разнообразие, диверсификация вклада.

В противном случае инвестор обрекает себя либо на низкую эффективность вклада, либо на высокий риск.

Финансовый риск связан с неопределенностью эффективности операции в момент заключения сделки, обусловленной невозможностью точного прогноза цены в будущем. (для акций – и будущих дивидендов). Вложив деньги в акции одной компании, инвестор оказывается зависящим от колебаний ее курсовой стоимости. Если он вложит свой капитал в акции нескольких компаний, то эффективность, конечно, также будет зависеть от курсовых колебаний, но только не каждого курса, а усредненного. Средний же курс, как правило, колеблется меньше, так как при

повышении курса одной из ценных бумаг курс другой может понизиться и колебания могут взаимно погаситься.

Таким образом опытный инвестор является держателем не одного вида ценных бумаг, а нескольких (векселей, акций разных компаний, контрактов), именуемых портфелем инвестора.

Задача инвестора заключается в формировании оптимального портфеля.

Финансовая операция, заключается в покупке ценных бумаг по фиксированной (известной) цене и в продаже их в будущем по цене, заранее неизвестной. При этом обладая ценными бумагами инвестор может рассчитывать на получение промежуточных выплат, например дивидендов.

Основная гипотеза, которая позволяет анализировать такую финансовую операцию, заключается в следующем: будем считать, что каждое конкретное значение r - доходности операции является реализацией случайной величины R и поскольку речь пошла о случайных величинах, то для изучения свойств портфеля ценных бумаг понадобятся элементы теории вероятности:

1. Ожидаемое значение случайной величины R , есть ни что иное, как математическое ожидание от неё - $m = E\{R\}$.

2. Вариация (дисперсия) случайной величины -
$$D = V = E\{(R - m)^2\}, \quad (11)$$

стандартное (среднеквадратичное) отклонение

$$\sigma = \sqrt{V} \quad (12)$$

3. Ковариация двух случайных величин R_1 и R_2

$$V_{12} = E\{(R_1 - m_1)(R_2 - m_2)\} \quad (13)$$

Если вариация эффективности равна 0, то эффективность не отклоняется от ожидаемого значения, нет неопределенности, следовательно нет и риска.

Чем больше вариация, тем в среднем больше отклонение от ожидаемого значения, т.е. выше неопределенность и риск. Поэтому величину вариации будем считать мерой риска.

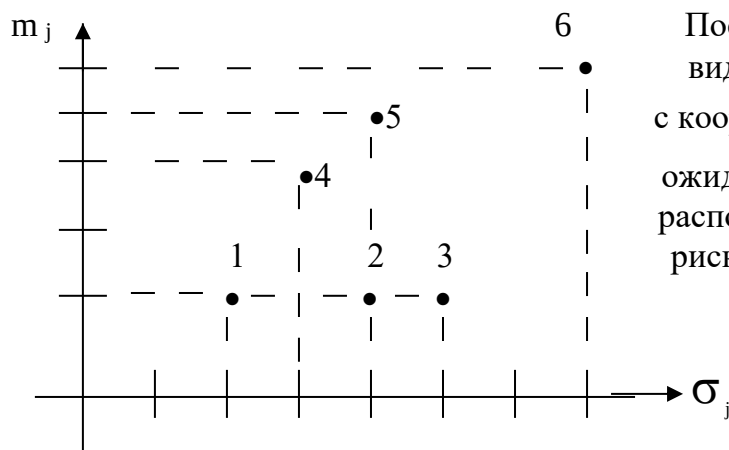
Интерес инвестора заключается в получении большой ожидаемой доходности вклада и в уменьшении риска. Рассмотрим пример.

Пример 3.1: Даны два вида ценных бумаг, ожидаемая доходность которых m_1, m_2 , и риск σ_1, σ_2 .

Если $m_1 > m_2$ и $\sigma_1 = \sigma_2$, то конечно любой разумный инвестор вложит деньги в первый вид ценных бумаг. Если, например, $m_1 = m_2$, а $\sigma_1 > \sigma_2$, то инвестор выберет второй вид, поскольку с ним связана меньшая степень риска.

В общем случае, когда $m_1 < m_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$ (или $m_1 > m_2$, $\sigma_1 > \sigma_2$), однозначного разумного решения нет. Инвестор может предпочесть вариант с большим ожидаемым доходом, связанным с большим риском, либо вариант с меньшим ожидаемым доходом, но менее рискованным. Каждый инвестор, вкладывающий деньги в акции или любой рискованный вид ценных бумаг, является в некотором смысле игроком, и выбор, который он делает, зависит от его склонности к риску.

Пример 3.2: Даны шесть видов ценных бумаг $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$, соответственно $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$.



Построим диаграмму, где каждый вид ценных бумаг представлен точкой с координатами (m_j, σ_j) . Чем больше ожидаемый эффект, тем выше расположена точка; с увеличением риска точка расположена правее.

Очевидно, что опытный инвестор предпочтет вложение представленное точке 1, вложениям представленными точками 2 и 3. также предпочтет вложение представленное точкой 4, вложению, представленному точкой 2. вложение представленное точкой 5, предпочтительней вложения представленного точкой 2 или 3. И лишь от склонности к риску зависит выбор вложений, представленных точками 1,4,5.

Таким образом в зависимости от того как инвестор будет формировать свой портфель, из каких ценных бумаг будет состоять он, зависит его доходность и риск.

Рассмотрим задачу оценки портфеля ценных бумаг.

Пример 3.3: Пусть портфель ценных бумаг состоит из 50 облигаций, начальная стоимость которых 100 рублей, и 30 облигаций, начальная стоимость – 501 рублей. По облигациям первого вида ожидаемая доходность $E(R_1)=10\%$, риск $D(R_1)=0,05$, а по облигациям второго вида $E(R_2)=15\%$, $D(R_2)=0,08$, и $\text{cov}(R_1, R_2)=-0,02$. Требуется оценить ожидаемую доходность портфеля и риск портфеля.

Решение:

1. Определим долю ценных бумаг каждого вида в портфеле:

$$x_1 = \frac{50}{50 + 30} = \frac{5}{8}; \quad x_2 = \frac{30}{50 + 30} = \frac{3}{8},$$

заметим, что $x_1 > 0$, $x_2 > 0$ и $x_1 + x_2 = 1$.

2. Вычислим ожидаемую доходность портфеля:

$$ER = E(x_1 R_1 + x_2 R_2) = x_1 \cdot ER_1 + x_2 \cdot ER_2 = \frac{5}{8} \cdot 0,1 + \frac{3}{8} \cdot 0,15 = 0,12 \quad (14)$$

3. Вычислим риск портфеля:

$$DR = D(x_1 R_1 + x_2 R_2) = x_1^2 \cdot DR_1 + 2x_1 x_2 \text{cov}(R_1, R_2) + x_2^2 \cdot DR_2 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \cdot 0,05 + \\ + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot (-0,02) + \left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot 0,08 = 0,0261 \quad (15)$$

И так, ожидаемая доходность нашего портфеля равна 12%, она выше, чем у облигаций первого типа, но ниже, чем у облигаций второго типа, зато риск оказался меньше, чем у облигаций первого типа и меньше, чем у облигаций второго типа. Возникает вопрос можно ли выбором x_1 и x_2 улучшить показатели качества

портфеля: ожидаемую доходность, риск. Т.к. этих показателей качества портфеля два, то поставленная задача нуждается в уточнении. Мы будем рассматривать эту задачу в следующей постановке.

Требуется найти минимум DR при ограничениях: $ER \geq a$;

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Рассмотрим решение этой задачи. Пусть $ER_1 = m_1$, $ER_2 = m_2$, $DR_1 = d_1$, $DR_2 = d_2$, $\text{cov}(R_1, R_2) = c_{12}$. Дополнительно, будем предполагать, что $m_1 < m_2$, $d_1 < d_2$.

Рассмотрим первое ограничение:

$$x_1 + x_2 = 1, \text{ выразим из него } x_2$$

$$x_2 = 1 - x_1, \quad 0 \leq x_1 \leq 1, \text{ подставим } x_2 \text{ в неравенство } ER \geq a. \text{ Воспользуемся формулой}$$

$$(14): x_1 \cdot m_1 + (1 - x_1) m_2 \geq a.$$

Решим это неравенство

$$x_1 \cdot m_1 - x_1 \cdot m_2 \geq a - m_2$$

$$x_1 \leq \frac{a - m_2}{m_1 - m_2}, \text{ т.к. } m_1 < m_2 \text{ по условию.}$$

Продолжим наши рассуждения, потребуем, чтобы $\frac{a - m_2}{m_1 - m_2} \geq 0$, следовательно

$$a - m_2 \leq 0, \quad a \leq m_2, \text{ естественно добавить требование, чтобы } a \geq m_1, \text{ тогда}$$

$$\frac{a - m_2}{m_1 - m_2} \leq 1, \text{ следовательно мы получаем для } x_1 \text{ ограничения } 0 \leq x_1 \leq \frac{a - m_2}{m_1 - m_2}.$$

Подставим x_1 в целевую функцию задачи, т.е. в DR . Для этого воспользуемся формулой (15).

$$\begin{aligned} DR &= x_1^2 \cdot d_1 + 2x_1(1 - x_1)\text{cov}(R_1, R_2) + (1 - x_1)^2 \cdot d_2 = \\ &= x_1^2(d_1 + d_2 - 2c_{12}) - 2x_1(d_2 - c_{12}) + d_2. \end{aligned}$$

Поскольку риск не может быть величиной отрицательной, то графиком зависимости риска от x_1 является парабола, направленная ветвями вверх располагающаяся над осью абсцисс.

В результате этих рассуждений наша задача приобретает следующий вид: $\min(x_1^2(d_1 + d_2 - 2c_{12}) - 2x_1(d_2 - c_{12}) + d_2)$, при

$$0 \leq x_1 \leq \frac{a - m_2}{m_1 - m_2}.$$

Для решения этой задачи найдем безусловный минимум целевой функции. Он будет достигаться в точке $\hat{x}_1 = \frac{d_2 - c_{12}}{d_1 + d_2 - 2c_{12}}$, если $\hat{x}_1 < 0$, то решение $x_1^* = 0$, если

$$\hat{x}_1 > \frac{a - m_2}{m_1 - m_2}, \text{ то решение } x_1^* = \frac{a - m_2}{m_1 - m_2}.$$

Во всех остальных случаях $x_1^* = \hat{x}_1$, второй элемент портфеля $x_2^* = 1 - x_1^*$.

Продолжим пример. Выберем $a = 13\%$, вычислим

$$\frac{a - m_2}{m_1 - m_2} = \frac{0,13 - 0,15}{0,1 - 0,15} = \frac{0,02}{0,05} = \frac{2}{5}.$$

Вычислим $\hat{x}_1$:

$$\hat{x}_1 = \frac{d_2 - c_{12}}{d_1 + d_2 - 2c_{12}} = \frac{0,08 + 0,02}{0,05 + 0,08 + 0,04} = \frac{0,1}{0,17} = \frac{10}{17}$$

Сравним $\frac{10}{17}$ и $\frac{2}{5}$.

В результате сравнения $\frac{10}{17} > \frac{2}{5}$.

Отсюда $x_1^* = \frac{2}{5}$, $x_2^* = \frac{3}{5}$.

4. (B,S) - рынок

(B,S) - рынок состоит из двух компонентов:

B – безрисковый актив

S – рисковый актив

(B,S) - рынок развивается во времени, так, что безрисковый актив представлении в виде последовательности $\{B_n\}_{n=0}^N$ и $\{S_n\}_{n=0}^N$, $n = 1, 2, \dots, N$, N – интерпретируется как финальный момент времени. B_n и S_n - стоимости безрискового и рискового активов в момент времени n .

Стоимость рискового актива может быть определена только в момент времени n . (S_n является случайной величиной)

$\{B_n\}_{n=0}^N$: $B_n \geq 0$ и является детерминированной величиной

Портфель

Определение. Портфелем ценных бумаг называется двумерная последовательность $\pi = \{\gamma_n, \beta_n\}_{n=0}^N$, где

γ_n - количество элементов рискового актива в момент времени n .

β_n - количество элементов безрискового актива в момент времени n .

Значение выбирается (γ_n, β_n) по информации известной в момент времени $n-1$

Капитал портфеля

X_N^π - капитал портфеля $\pi = (\gamma, \beta)$ ($\pi = \{\gamma_n, \beta_n\}_{n=0}^N$) определяется уравнением:

$$X_N^\pi = \beta_n B_n + \gamma_n S_n$$

На финансовом рынке время дискретно. Рассмотрим интервал $[n-1, n)$, на этом интервале капитал портфеля будет равен:

$$X_{n-1}^\pi = \beta_{n-1} B_{n-1} + \gamma_{n-1} S_{n-1}$$

Этот капитал мы можем распределить в промежуток времени $[n-1, n)$, т.е.

$$X_{n-1}^\pi = \beta_n B_{n-1} + \gamma_n S_{n-1}$$

В момент времени n капитал портфеля будет равен:

$$X_n^\pi = \beta_n B_n + \gamma_n S_n$$

Отсюда приращение дисконтированного капитала имеет вид:

$$\Delta \left(\frac{X_n^\pi}{B_n} \right) = \gamma_n \Delta \left(\frac{S_n}{B_n} \right), \quad \left(\frac{X_n^\pi}{B_n} - \frac{X_{n-1}^\pi}{B_{n-1}} = \gamma_n \left(\frac{S_n}{B_n} - \frac{S_{n-1}}{B_{n-1}} \right) \right) \quad (16)$$

Определение. Портфель, капитал которого удовлетворяет уравнению (16), называется самофинансируемым.

Существуют другие виды портфелей: портфель с потреблением и портфель с инвестициями.

Соответствующее уравнение имеет вид:

$$\Delta \left(\frac{X_n^\pi}{B_n} \right) = \gamma_n \Delta \left(\frac{S_n}{B_n} \right) - \frac{q_{n-1}}{B_{n-1}},$$

($q_{n-1} > 0$ – портфель с потреблением, $q_{n-1} < 0$ – портфель с инвестициями).

Платежное обязательство

f_N – финальное платежное обязательство, причем f_N – случайная величина, будем считать, что $f_N = f(S_N)$.

Например: $f_N = (S_N - K)^+$, где $X^+ = \begin{cases} 0, & X \leq 0 \\ X, & X > 0 \end{cases}$. Вид этой функции представлен на рисунке 3.1.

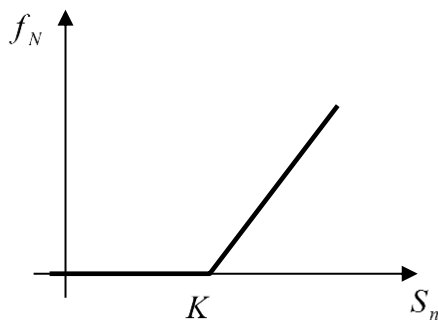


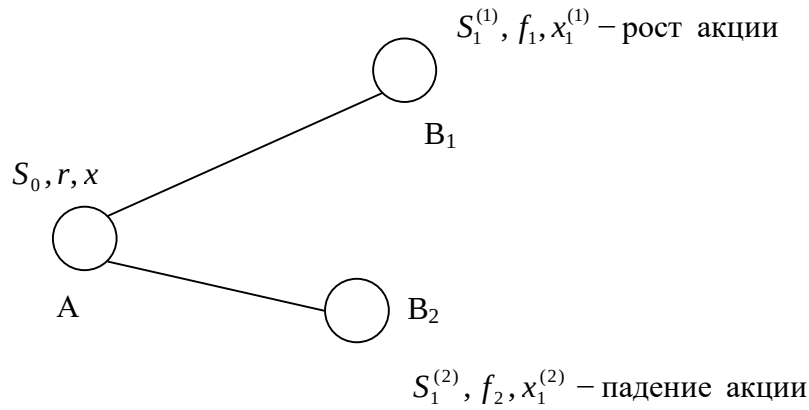
Рисунок 3.1

Рассмотрим портфель $\pi = (\gamma_n, \beta_n)_{n=1}^N$, пусть начальный капитал этого портфеля $X_0^\pi = x$, а финальный капитал X_N^π удовлетворяет неравенству $X_N^\pi \geq f_N$. Поскольку X_N^π и f_N являются величинами случайными, то неравенство $X_N^\pi \geq f_N$ является случайным событием, следовательно, мы можем говорить о вероятности этого события. Если вероятность этого события равна единице, то такой портфель назовем верхним хеджем с начальным капиталом x для финального обязательства f_N . Какой смысл верхнего хеджа? Начиная с начального капитала x , стараемся построить такой портфель π , чтобы финальный капитал портфеля позволил бы нам обеспечить финальное обязательство f_N . Естественно наше желание из всех верхних хеджей выбрать такой, чтобы начальный капитал – x был бы минимальным.

Рассмотрим решение этой задачи на примере одношаговой модели.

Одношаговая модель.

Эволюцию акции представим в виде дробящегося атома. Атом A дробится на два атома B_1 и B_2 .



S_0 -начальная стоимость акции;

r -процентная ставка безрискового актива;

x -начальный капитал портфеля;

$S_1^{(1)}$ -стоимость акции в случае ее роста;

f_1 -значение платежного обязательства в случае роста акции;

$x_1^{(1)}$ -значение капитала портфеля в случае роста акции;

$S_1^{(2)}$ -стоимость акции в случае ее падения;

f_2 -значение платежного обязательства в случае падения акции;

$x_1^{(2)}$ -значение капитала портфеля в случае падения акции.

Пусть начальная стоимость безрискового актива равна единице, а процентная ставка r равна нулю. Минимальное значение начального капитала X_0 будет достигаться тогда, когда $X_1^{(1)} = f_1$, $X_1^{(2)} = f_2$. Из формулы (16) (условие самофинансирования) возникает система уравнений:

$$\begin{cases} X_1^{(1)} = X_0 + \gamma(S_1^{(1)} - S_0) \\ X_1^{(2)} = X_0 + \gamma(S_1^{(2)} - S_0) \end{cases}$$

Поскольку $X_1^{(1)} = f_1$, $X_1^{(2)} = f_2$, то

$$\begin{cases} f_1 = X_0 + \gamma(S_1^{(1)} - S_0) \\ f_2 = X_0 + \gamma(S_1^{(2)} - S_0) \end{cases}$$

Решим эту систему уравнений:

$$\gamma(S_1^{(1)} - S_1^{(2)}) = f_1 - f_2 \Rightarrow \gamma = \frac{f_1 - f_2}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}},$$

$$X_0 = f_1 - \gamma(S_1^{(1)} - S_0),$$

$$X_0 = \frac{f_1(S_1^{(1)} - S_1^{(2)}) - (f_1 - f_2)(S_1^{(1)} - S_0)}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}},$$

$$X_0 = \frac{f_1(S_1^{(1)} - S_1^{(2)}) - f_1(S_1^{(1)} - S_0) + f_2(S_1^{(1)} - S_0)}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}},$$

$$X_0 = \frac{f_1(S_0 - S_1^{(2)}) + f_2(S_1^{(1)} - S_0)}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}},$$

$$X_0 = f_1 \frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} + f_2 \frac{S_1^{(1)} - S_0}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}}.$$

Отметим, что

$$\frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} + \frac{S_1^{(1)} - S_0}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} = 1.$$

Если дополнительно потребовать, чтобы при любых неотрицательных значениях f_1, f_2 начальный капитал X_0 был бы положительным, что является по сути дела, некоторым требованием к финансовому рынку, то $\frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} > 0$ и $\frac{S_1^{(1)} - S_0}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} > 0$. Отсюда выполняется двойное неравенство $S_1^{(2)} < S_0 < S_1^{(1)}$.

Рассмотрим финансовое обязательство:

$$f(S_1) = (S_1 - S_0)^+, \text{ тогда}$$

$$f_1 = S_1^{(1)} - S_0, \text{ а } f_2 = 0.$$

Для этого финансового обязательства решение нашего примера будет иметь вид:

$$\gamma = \frac{f_1 - f_2}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} = \frac{S_1^{(1)} - S_0}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}},$$

$$X_0 = (S_1^{(1)} - S_0) \frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}}.$$

Найдем

$$\beta = X_0 - \gamma \cdot S_0 = f_1 \frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} + f_2 \frac{S_1^{(1)} - S_0}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} - \frac{f_1 - f_2}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}}.$$

Для рассматриваемого платежного обязательства

$$\beta = (S_1^{(1)} - S_0) \left(\frac{S_0 - S_1^{(2)}}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} - \frac{1}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} \right).$$

Задача 4.1: Требуется купить 500\$ которые будут использованы через месяц. Сегодняшняя цена доллара $S_0 = 28,5$. Через месяц цена доллара будет равняться либо $S_1^{(1)} = 29$, либо $S_1^{(2)} = 28$.

Проанализируем задачу.

1. Если мы покупаем доллары сегодня, то мы изымаем из оборота $28,5 \cdot 500 = 14250$ рублей, кроме того мы можем потерять на разности курса в случае падения доллара, и эта потеря составит $0,5 \cdot 500 = 250$ руб.
2. Мы покупаем доллары через месяц, при этом доллар можем вырасти. И мы потеряем те же 250 руб.

Для того, чтобы защититься от риска, мы обращаемся к продавцу опциона и покупаем у него опцион на право покупки 500\$ по цене 28,5 рублей. Какую выгоду мы при этом получим?

1. Деньги остаются в обороте, и приносят прибыль в течение месяца.
2. Мы застрахованы от риска, что доллар повысится.

Понятно, что за эти услуги мы должны заплатить продавцу опциона определенную сумму денег. Рассчитаем ее по формулам полученным ранее. Расчет будем проводить для одного доллара, а потом умножим на 500. В нашем случае участвуют финансовые обязательства f_1 и f_2 .

f_1 – доллар возрастет в цене. Это означает, что продавец опциона должен нам уплатить 0,5 руб. (за каждый доллар) для того, чтобы мы могли купить доллары по 28,5руб., поскольку договор на покупку долларов был 28,5руб., следовательно $f_1 = 0,5$ (расчет производится на один доллар).

f_2 – доллар упал в цене, понятно, что мы не будем покупать его по 28,5 руб., а купим его по 28руб. за доллар, и к продавцу опциона обращаться не будем, следовательно $f_2 = 0$.

Произведем расчет:

$$X_0 = \frac{0,5 \cdot (28,5 - 28) + 0 \cdot (29 - 28,5)}{29 - 28},$$

следовательно, $X_0 = 0,25 \cdot 500 = 125$.

Действия продавца опциона:

Вычислим γ :

$$\gamma = \frac{f_1 - f_2}{S_1^{(1)} - S_1^{(2)}} \Rightarrow \gamma = \frac{0,5}{29 - 28} = 0,5;$$

γ – число (количество) долларов, которые необходимо купить сегодня, заплатив за них $500 \cdot 0,5 \cdot 28,5 = 7125$. Вычтем из этой суммы деньги, полученные от покупателя опциона: $7125 - 125 = 7000$. Эти деньги продавец опциона занимает.

Далее, прошел месяц. Наши действия.

Допустим, на рынке реализовалось событие, соответствующее росту доллара. Исходя из договора, мы покупаем доллары по 28,5 и тратим на это 14250 рублей вместо 14500 руб.. Из разницы вычитаем 125 руб. – стоимость опциона. Таким образом, прибыль составит 125 руб.

Допустим, на рынке реализовалось событие, соответствующее падению доллара. Мы покупаем доллар по 28 руб., тратим на это 14000 руб. Таким образом, прибыль составит те же 125 руб. ($250 - 125 = 125$ руб.).

Таким образом, в каждом случае мы заработали 125 руб.

Действия продавца опциона.

Пусть стоимость доллара повышается. Продавец имеет 250\$, для выполнения контракта, ему осталось купить еще $250\$ = 7250$ руб., следовательно, прибыль продавца равна 0.

Пусть стоимость доллара понизилась. $28 \cdot 250 = 7000$ руб. Покупатель опциона не обращается к продавцу. Продавец имеет возможность продать 250 долларов по цене 28 рублей за доллар, т.е. получить 7000 рублей, которые он занял.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Беннинг Ш. Финансовое моделирование с использованием Excel. – 2-е изд. / Ш. Беннинг; пер. с англ. – М. : ООО «И.Д. Вильямс», 2007.
2. Гарнаев А.Ю. Excel, VBA, Internet в экономике и финансах / А.Ю. Гарнаев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005.
3. Кузнецов Б.Т. Математические методы и модели исследования операций / Б.Т. Кузнецов. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2008.
4. Кузнецов Б.Т. Математические методы финансового анализа: учеб. пособие / Б.Т. Кузнецов. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2015.
5. Малыхин В.И. Финансовая математика. – М. : ЮНИТИДАНА, 2003.

Дополнительная

1. Жуленев С.В. Финансовая математика: введение в классическую теорию / С.В. Жуленев. – М. : Изд-во МГУ, 2001.
2. Мельников А.В. Математические методы финансового анализа / А.В. Мельников, Н.В. Попова, В.С. Скорнякова. – М. : АНКИЛ, 2006.
3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т.1, 2 / А.Н. Ширяев. – М. : ФАЗИС, 1998.

Электронные ресурсы

1. Федеральная ЭБС "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" доступ свободный. URL: <http://window.edu.ru>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по дисциплине «Стохастическая финансовая математика»

Контрольная работа выполняется студентом самостоятельно аналитически и с использованием табличного процессора Microsoft Excel.

При выполнении контрольной работы рекомендуется использовать средства MS Excel: Анализ данных и Поиск решения, а также встроенные статистические, финансовые и математические функции (см. примеры решения задач с помощью средств MS Excel в Приложении1).

При решении задач средствами Microsoft Excel могут использоваться разнообразные с точки зрения содержательности, наглядности, удобства и дизайна подходы к оформлению таблиц и результатов решения.

Требования к оформлению отчета по контрольной работе

Полный отчет по контрольной работе должен содержать:

1) титульный лист, на котором приводится название кафедры (Математика и информатика), указывается номер варианта контрольной работы, который соответствует последней цифре зачетной книжки, указывается должность, фамилия, имя и отчество преподавателя, проверяющего работу; указывается учебный год; группа и ФИО магистранта, выполнявшего работу.

2) постановку задач;

3) содержательный отчет по каждому решению, который включает краткое изложение теоретического материала, формулы, описание алгоритмов и моделей (в зависимости от задания), отчет по реализации формул в MS Excel в виде рисунков, количественный анализ моделей, экономические выводы;

4) при построении графиков и гистограмм подписываются оси (в том числе указываются единицы измерения) и числовые метки. Графики, помимо этого, должны содержать титульные подписи, чтобы было понятно, что на них изображено;

5) список использованных источников.

ЗАДАЧА 1. Вычислить n -годовичную ипотечную ссуду покупки квартиры за P руб. с годовой ставкой i % и начальным взносом - A %. Сделать расчет для ежемесячных и ежегодных выплат для исходных данных, представленных в следующей таблице:

Вариант	n	P	i	A
1	7	170000	5	10
2	8	200000	6	10
3	9	220000	7	20
4	10	300000	8	20
5	11	350000	9	15
6	7	210000	10	15
7	8	250000	11	30
8	9	310000	12	30
9	10	320000	13	25
0	11	360000	14	25

Вычисление ссуды производится по простым процентам.

ЗАДАЧА 2. Вас просят дать в долг P руб. и обещают вернуть P_1 руб. через год, P_2 руб. – через два года, P_3 руб. – через 3 года. При какой годовой процентной ставке эта сделка имеет смысл?

Вариант	n	P	P_1	P_2	P_3
1	3	17000	5000	7000	8000
2	4	20000	6000	6000	9000
3	5	22000	5000	8000	8000
4	3	30000	5000	10000	18000
5	4	35000	5000	9000	10000
6	5	21000	4000	5000	8000
7	3	25000	8000	9000	10000
8	4	31000	9000	10000	10000
9	5	32000	8000	10000	10000
0	3	36000	10000	15000	21000

ЗАДАЧА 3. Вычислить основные платежи, плату по процентам, общую ежегодную выплату и остаток долга (за каждый год) на примере ссуды P руб. под годовую $i\%$ на срок n лет.

Вариант	N	P	I
1	7	170000	5
2	8	200000	6
3	9	220000	7
4	10	300000	8
5	11	350000	9
6	7	210000	10
7	8	250000	11
8	9	310000	12
9	10	320000	13
0	11	360000	14

ЗАДАЧА 4. Вы берете в долг P руб. под годовую процентную ставку $i\%$ и собираетесь выплачивать по A руб. в год. Сколько лет займут эти выплаты?

Вариант	P	A	i
1	170000	30000	3
2	200000	31000	4
3	220000	33000	5
4	300000	34000	6
5	350000	41000	7
6	210000	32000	8
7	250000	37000	9
8	310000	40000	10
9	320000	35000	4
0	360000	41000	5

ЗАДАЧА 5. Вы собираетесь вкладывать по A руб. в течение n лет при годовой ставке $i\%$. Сколько денег будет на счету через n лет?

Вариант	A	N	i
1	200	10	2
2	190	11	3
3	178	12	4
4	164	13	2
5	146	14	2
6	243	8	3
7	320	9	4
8	423	10	5
9	521	11	6
0	711	12	7

ЗАДАЧА 6. Определить процентную ставку для n -летнего займа в P руб. ежегодной выплатой в A руб.

Вариант	P	A	N
1	1000	200	7
2	17000	190	11
3	31000	178	20
4	5900	164	39
5	6190	146	46
6	6509	243	31
7	6860	320	27
8	7246	423	22
9	7670	521	18
0	8138	711	16

ЗАДАЧА 7. Финансовая компания берет ссуду в банке P рублей на n месяцев. Сколько она должна вернуть через n месяцев, если возьмет ссуду $i\%$ простого дисконта?

Вариант	n	P	i
1	4	12000	10
2	6	5000	8
3	5	10000	12
4	6	11000	11
5	7	7000	8
6	8	12000	10
7	6	1000	9
8	9	11000	13
9	10	7000	12
0	5	4000	11

ЗАДАЧА 8. Банк предлагает $i\%$ годовых. Чему должен быть равен первоначальный вклад, чтобы через n лет иметь на счету A рублей.

N	A	i	n
1	50000	15	3
2	100000	12	4
3	70000	11	5
4	60000	15	8
5	10000	14	4
6	40000	13	3
7	14000	12	5
8	70000	15	6
9	10000	14	5
10	12000	11	7

ЗАДАЧА 9. Найти оптимальный портфель для данных приведенных в таблице.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_1	0,1	0,11	0,15	0,1	0,17	0,13	0,1	0,08	0,07	0,14
d_1	0,04	0,09	0,09	0,01	0,16	0,09	0,01	0,02	0,03	0,09
m_2	0,13	0,15	0,17	0,14	0,2	0,15	0,15	0,1	0,11	0,19
d_2	0,09	0,16	0,16	0,02	0,25	0,16	0,08	0,09	0,06	0,25
c_{12}	-0,03	-0,02	0,02	0,007	-0,01	-0,02	-0,001	0,021	-0,02	0,075
a	0,11	0,13	0,16	0,13	0,18	0,12	0,14	0,09	0,09	0,16

ЗАДАЧА 10. Требуется определить стоимость опциона X_0 и составляющую портфеля γ .

N_{ϵ}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S_0	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
$S_1^{(1)}$	29,5	29,2	29,4	29,1	29,6	29,1	29,6	29,4	29,5	29,2
$S_1^{(2)}$	28,5	28,6	28,8	28,8	28,9	28,4	28,9	28,8	28,5	28,3
n	1000	800	400	600	500	400	200	100	180	450

Технологии финансовых расчетов в MS EXCEL. Примеры

Задачи:

1. Расчет будущей стоимости инвестиций.
2. Вычисление ренты. Расчет сроков займов.
3. Составление планов погашения займов.
4. Расчет амортизационных отчислений линейным методом, накопленного износа и остаточной стоимости.

Среди встроенных функций MS Excel есть несколько десятков **финансовых функций**. В большинстве случаев эти функции используются для проведения финансового анализа, но часто эти функции могут оказаться полезными и экономисту–менеджеру.

Так как некоторые финансовые функции Excel могут оказаться, недоступны в процессе работы, поэтому перед началом работы с финансовыми функциями рекомендуется установить надстройку **Пакет анализа**. Для этого выполните команду меню **Файл/Параметры→Надстройки/Перейти**. В диалоговом окне **Надстройки** установите флажок напротив строки **Пакет анализа**. В результате вам будут доступны все финансовые функции Excel, которые ориентированы на решение задач, связанных с расчетами различных аннуитетов, амортизации, цены, доходности и других параметров ценных бумаг (облигаций, акций и т.п.), а также задач оценки эффективности инвестиционных проектов.

1. Расчет будущих стоимостей инвестиций

Проценты по кредиту, выдаваемые банками, бывают *простые* и *сложные* (проценты, начисляемые на проценты).

Величина наращенной суммы при использовании простых процентов определяется по формуле:

$$S = P(1 + rt).$$

В этой формуле примем, что $t = 1$ год, тогда $S = P(1 + r)$. Отношение S/P носит название **«коэффициент наращения»**, здесь обозначено P - предоставляемая сумма, r – банковский процент, t - период времени пользования кредитом. В финансовых расчетах наряду с банковским процентом используется **коэффициент дисконта d** , связанный с

банковским процентом формулой: $r = \frac{d}{1-d}$

Сложные проценты начисляются с использованием формулы:

$$S = P(1+r)^t$$

При использовании финансовых функций необходимо учитывать, точку зрения кредитора и дебитора. Дебитор получает сумму P , а в конце периода возвращает сумму S , знак «-» на рис 1. Наоборот кредитор лишается суммы P , но в конце получает сумму S , знак «+» на рис. 2.

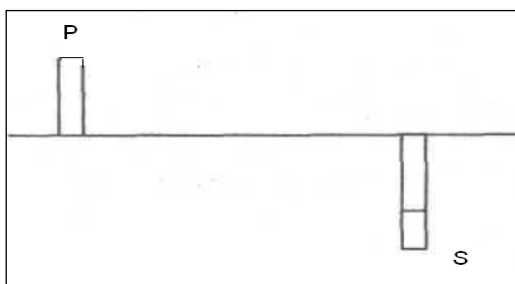


Рис.1.

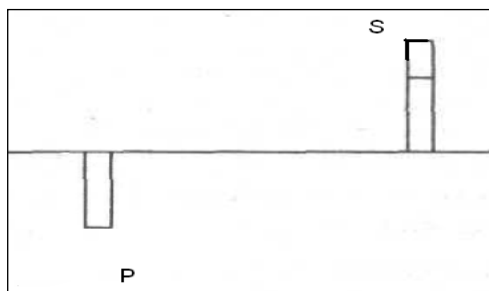


Рис.2.

Время в финансовых функциях измеряется в **периодах**. Границы периодов — это моменты платежей. Период может составлять год, квартал, месяц, день. Обычно процентную ставку относят к фиксированному периоду (как правило, году).

Задача №1.

Выдан кредит в сумме 1 млн. долл. с 15.01.07 по 15.03.07 под 120% годовых. Рассчитать сумму погасительного платежа.

Решение.

1. Откройте новую книгу MS Excel и создайте таблицу согласно рис.3. Лист 1 переименуйте в *Задача 1*. В столбце D приведены формулы, которые необходимо ввести в ячейки B6:B8.

	А	В	С	Д
1	Данные		Формат	Функция
2	Годовая ставка	120%	процент	
3	Дата выдачи	15.01.2007	дата	
4	Дата возврата	15.03.2007	дата	
5	Сумма кредита	\$1 000 000,00	денежный	
6	Срок кредита	59,00		=B4-B3
7	Срок в годах	0,16164		=B6/365
8	Ставка для периода	19%		=B7*B2
9	Сумма возврата	-\$1 193 972,60		=BC(B8;1;;B5;0)

Рис. 3.

2. Для расчета суммы возврата воспользуемся **финансовой функцией БС**, которая возвращает будущую стоимость инвестиции на основе периодических постоянных (равных по величине сумм) платежей и постоянной процентной ставки.

Синтаксис функции БС:

=БС(ставка; кпер; плт; пс; тип)

СТАВКА — процентная ставка за период.

КПЕР — это общее число периодов платежей по аннуитету.

ПЛТ — это выплата, производимая в каждый период; это значение не может меняться в течение всего периода выплат. Обычно **ПЛТ** состоит из основного платежа и платежа по процентам, но не включает других налогов и сборов. Если аргумент опущен, должно быть указано значение аргумента **ПС**.

ПС — это приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей. Если аргумент **ПС** опущен, то он полагается равным 0. В этом случае должно быть указано значение аргумента **ПЛТ**.

ТИП — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата. Если аргумент **ТИП** опущен, то он полагается равным 0.

- Введите в ячейку B9 формулу, рассчитывающую сумму возврата с использованием функции **БС**. Для этого выполните команду **Вставка/Функция** или щелкните по пиктограмме .
- Перейдите в категорию **Финансовые** и выберите необходимую функцию **БС**.
- В диалоговом окне **Аргументы функции** установите необходимые значения (см. рис.4). Щелкните по кнопке **ОК**. Значение получилось **отрицательное**. Кредиты нужно возвращать!
- Сохраните файл в своей папке под именем *Финансовые расчеты.xlsx*.

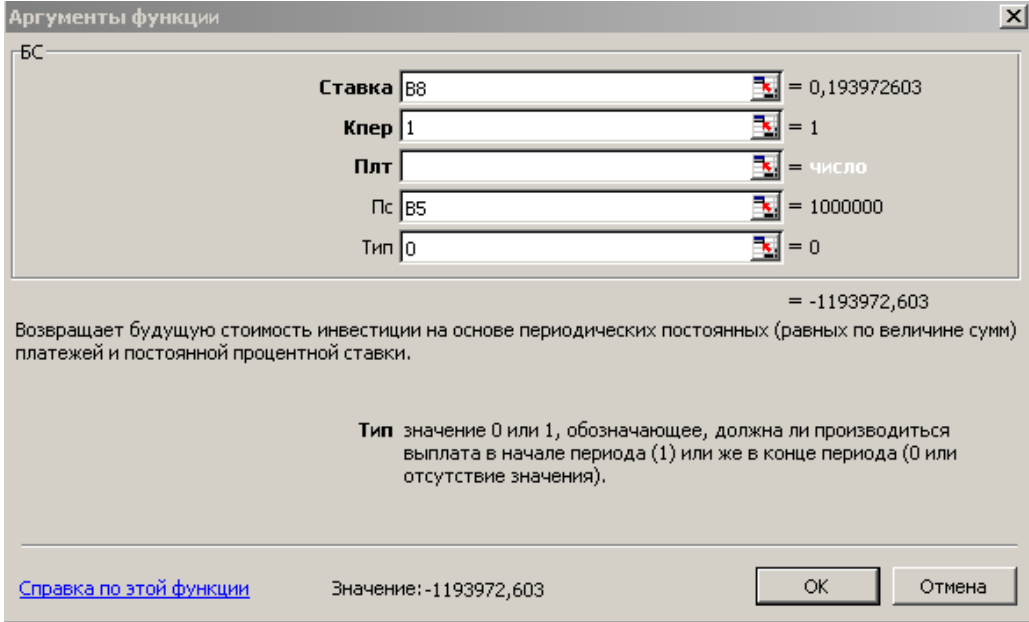


Рис. 4. Аргументы финансовой функции БС.

Задача №2.

Ссуда в 20 000 долл. дана на полтора года под ставку 28% годовых ежеквартальным начислением. Определить сумму конечного платежа.

Решение.

- Перейдите на новый лист и переименуйте его в *Задача 2*. Подготовьте таблицу для расчетов согласно рис. 5.

	А	В	С
1		Данные	Формулы
2	Годовая ставка	28%	
3	Ставка за квартал	7%	=B2/4
4	Срок кредита	6	
5	Сумма кредита	\$20 000,00	
6	Сумма возврата	-\$30 014,61	=БС(B3;B4;;B5;)

Рис. 5.

- В данной задаче базовый период — **квартал**, поэтому срок ссуды (количество периодов) – **6**. За период начисляется ставка 7% = 28% / 4. Тогда формула, дающая решение задачи, имеет вид: $=БС(28\%/4;6;;20000)$. Она возвращает результат: -\$30 014,61.
- Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №3.

Банк принимает вклад на срок 3 месяца с объявленной годовой ставкой 100% или на 6 месяцев под 110%. Как выгоднее вкладывать деньги на полгода: дважды на три месяца или один раз на 6 месяцев?

Решение.

1. Перейдите на новый лист и переименуйте его в *Задача 3*. Подготовьте таблицу для расчетов согласно рис. 6.

	А	В	С
1	Данные	Первый вклад	Второй вклад
2	Годовая ставка	100%	110%
3	Срок вклада	3	6
4	Ставка за период		
5	Сумма вклада	-100 000,00р.	-100 000,00р.
6	Накопленная сумма		

Рис.6.

2. Рассчитайте **ставки за период** для обоих вкладов в ячейках В4 и С4. Для первого вклада будет формула: $=B2*B3/12$ ($100\%*3/12$), для второго: $=C2*C3/12$ ($110\%*6/12$).
3. Рассчитайте, используя функцию **БС** накопленную сумму. Для первого вклада получим формулу: $=БС(В4;2;;В5)$, где 2 – число платежей (мы вкладываем деньги дважды за полгода). Для второго: $=БС(С4;1;;С5)$, где 1 – число платежей (мы вкладываем деньги только один раз).
4. Сравните полученные результаты (рис.7) и сделайте вывод.

	А	В	С
1	Данные	Первый вклад	Второй вклад
6	Накопленная сумма	156 250,00р.	155 000,00р.

Рис.7.

5. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №4 (самостоятельно).

Рассчитать будущее значение вклада 1000 долл. через 1, 2, 3, 4, 5 лет при годовых процентных ставках 10%, 20%,..., 50%. Дополнительные поступления и выплаты отсутствуют.

Примечание. Для расчетов создайте таблицу на новом листе *Задача 4* согласно рис.

8. Для ячеек В5:В8 используйте процедуру копирования формулы. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

	А	В	С	Д
1				
2	Сумма вклада	-\$1 000,00	Годовая ставка	Период в годах
3	Накопленная сумма			
4	Через 1 год		10%	1
5	Через 2 года		20%	1
6	Через 3 года		30%	1
7	Через 4 года		40%	1
8	Через 5 лет		50%	1

Рис.8.

2. Вычисление ренты. Расчеты сроков вклада (займа)

Рассмотрим схему с многократными взносами или выплатами.

Поток платежей, все члены которого имеют одинаковую величину R и разделены равными промежутками времени, называют *постоянной рентой*.

Один из возможных вариантов такого потока $\{-P, -R, -R, \dots, -R, S\}$, т.е. начальный взнос P и последующие выплаты R дают в итоге S . Если платежи производятся в конце периодов, то ренту называют *обыкновенной*, или *постнумерандо*. Если же платежи происходят в начале периодов, то ренту называют *пренумерандо*.

Для расчетов используется формулы:

$$P(1+r)^n + R(1+r \cdot type) \frac{(1+r)^n - 1}{r} + S = 0, \text{ если } r \neq 0,$$

$$P + Rn + S = 0, \text{ если } r = 0$$

P — современное значение.

S — будущее значение.

R — периодическая выплата.

r — процентная ставка за период.

n — количество периодов.

$type$ — тип ренты, если $type = 0$ или опущен, то рента постнумерандо (выплата в конце периода), если $type = 1$, то рента пренумерандо (выплата в начале периода).

Задача №5.

На счет в банке вносится сумма 1000 долл. в течение 10 лет равными долями 1) в конце каждого года 2) в начале каждого года. Годовая ставка - 4%. Какая сумма будет на счете после 10 лет в обоих случаях?

Решение.

1. Перейдите новый лист и переименуйте его в *Задача 5*. Для проведения расчетов создайте таблицу согласно рис. 9.

	А	В	С
1		Рента постнумерандо	Рента пренумерандо
2	Годовая ставка	4%	4%
3	Срок вклада	10	10
4	Ежегодный взнос	-\$1 000,00	-\$1 000,00
5	Тип	0	1
6	Накопленная сумма		
7			

Рис.9.

2. Если платежи осуществляются в конце периодов (рента постнумерандо), то $type = 0$ (или его можно опустить). В этом случае формула для расчета накопленной суммы будет: $=БС(В2;В3;В4;;В5)$ или $=БС(4\%;10;-1000)$, где ПЛТ (выплата за каждый период)=-1000 \$.

3. Если же сумма вносится в начале года (рента пренумерандо), то формула принимает вид: $=BC(C2;C3;C4;;C5)$ или $=BC(4\%;10; -1000; ;1)$.
4. Сравните полученные результаты и сделайте вывод.

5	Тип	0	1
6	Накопленная сумма	12 006,11р.	12 486,35р.

5. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №6 (самостоятельно).

Рассматриваются две схемы вложения денег на 3 года: в начале каждого года под 24% годовых или в конце каждого года под 36%. Ежегодно вносится по 4000 долларов. Какая схема выгоднее?

Примечание. Для расчетов создайте на новом листе *Задача 6* таблицу согласно рис. 10.

	А	В	С
1		Рента постнумерандо	Рента пренумерандо
2	Годовая ставка	36%	24%
3	Срок вклада	3	3
4	Ежегодный взнос	-\$4 000,00	-\$4 000,00
5	Тип	0	1
6	Накопленная сумма		
7			

Рис.10.

Сравните полученные результаты и сделайте вывод. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №7.

За какой срок в годах сумма, равная 75 000 долл., достигнет 200 000 долл. при начислении процентов по сложной ставке 15% раз в году и поквартально.

Решение.

1. Перейдите новый лист и переименуйте его в *Задача 7*. Для проведения расчетов создайте таблицу согласно рис. 11.

	А	В	С
1		За год	За квартал
2	Сумма вклада	-\$75 000,00	-\$75 000,00
3	Ставка	15%	
4	Накопленная сумма	\$200 000,00	\$200 000,00
5	Срок вклада		
6			

Рис. 11.

2. Ставку за квартал в ячейке **С3** рассчитайте самостоятельно.
3. Для расчета срока вклада воспользуемся новой финансовой функцией **КПЕР**, которая возвращает общее количество периодов выплаты для инвестиции на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки.

Синтаксис функции КПЕР.

КПЕР(ставка; плт; пс; бс; тип)

СТАВКА— процентная ставка за период.

ПЛТ — выплата, производимая в каждый период; это значение не может меняться в течение всего периода выплат. Обычно платеж состоит из основного платежа и платежа по процентам и не включает налогов и сборов.

ПС — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей.

БС — требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент БС опущен, то он полагается равным 0.

Тип — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата.

4. Рассчитаем срок вклада, если начисление процентов производится в конце каждого года. Для этого в ячейку В5 введите формулу: $=КПЕР(B3;;B2;B4)$ или $=КПЕР(15\%;;-75000;200000)$. В данном случае аргумент **ПЛТ** опущен, т.к. не производится никаких дополнительных вкладов.
5. Аналогичным образом в ячейке С5 рассчитайте срок вклада, если начисление процентов производится по кварталам. Обратите внимание, что в данном случае результатом расчета будет количество кварталов. Поэтому полученный результат необходимо разделить на 4.
6. Сравните полученные результаты и сделайте вывод.

4	Накопленная сумма	\$200 000,00	\$200 000,00
5	Срок вклада	7,02	6,66

7. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №8 (самостоятельно).

Ссуда 63 200 руб., выданная под 32% годовых, погашается ежеквартальными платежами по 8400 руб. Рассчитайте срок погашения ссуды.

Примечание. Для расчетов создайте на новом листе *Задача 8* таблицу согласно рис. 12.

	А	В
1	Сумма кредита	63 200,00р.
2	Годовая ставка	32%
3	Квартальная ставка	
4	Ежеквартальный платеж	-8 400,00р.
5	Срок погашения в годах	

Рис.12.

Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

3. Составление планов погашения займа.

Задача №9.

Банк выдал долгосрочный кредит в сумме 40 000 долл. на 5 лет под 6% годовых. Погашение кредита должно производиться равными ежегодными выплатами в конце каждого года, включающими погашение основного долга и процентные платежи. Начисление процентов производится раз в год. Составить план погашения займа.

Решение.

1. Перейдите новый лист и переименуйте его в *Задача 9*. Для проведения расчетов создайте таблицу согласно рис. 13.

	А	В	С	Д	Е
1	Размер кредита	\$40 000,00			
2	Срок кредита	5			
3	Ставка	6%			
4					
5					
6	Годы	Платежи по процентам	Платежи по основному долгу	Годовая выплата	Остаток долга
7	1				
8	2				
9	3				
10	4				
11	5				
12	Итого				

Рис. 13.

2. Для расчета **платежей по процентам** воспользуемся финансовой функцией **ПРПЛТ**, которая возвращает сумму платежей процентов по инвестиции за данный период на основе постоянства сумм периодических платежей и постоянства процентной ставки.

Синтаксис функции ПРПЛТ:

ПРПЛТ(ставка; период; кпер; пс; бс; тип)

СТАВКА — процентная ставка за период.

ПЕРИОД — это период, для которого требуется найти платежи по процентам; должен находиться в интервале от 1 до **КПЕР**.

КПЕР — общее число периодов платежей по аннуитету.

ПС — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей.

БС — требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **БС** опущен, то он полагается равным 0.

ТИП — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата. Если аргумент **ТИП** опущен, то он полагается равным 0.

3. Рассчитайте платеж по процентам за первый год. Для этого в ячейку **В7** введите формулу: **=ПРПЛТ(\$B\$3;A7;\$B\$2;\$B\$1)**.
4. Скопируйте формулу на диапазон ячеек **В7:В11**.
5. Для расчета **платежей по основному долгу** воспользуемся финансовой функцией **ОСПЛТ**, которая возвращает величину платежа в погашение основной суммы по инвестиции за данный период на основе постоянства периодических платежей и постоянства процентной ставки.

Синтаксис функции ОСПЛТ:

ОСПЛТ(ставка; период; кпер; пс; бс; тип)

СТАВКА — процентная ставка за период.

ПЕРИОД — задает период, значение должно быть в интервале от 1 до **КПЕР**.

КПЕР — общее число периодов платежей по аннуитету.

ПС — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей.

БС — требуемое значение будущей стоимости, или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **БС** опущен, то он полагается равным 0.

ТИП — число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата.

6. Рассчитайте платеж по основному долгу за первый год. Для этого в ячейку **С7** введите формулу: **=ОСПЛТ(\$B\$3;A7;\$B\$2;\$B\$1)**

7. Скопируйте формулу на диапазон ячеек **C7:C11**.
8. Для расчета **годовых выплат** воспользуемся финансовой функцией **ПЛТ**, которая возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки.

Синтаксис функции ПЛТ:

ПЛТ(ставка; кпер; пс; бс; тип)

СТАВКА — процентная ставка по ссуде.

КПЕР— общее число выплат по ссуде.

ПС — приведенная к текущему моменту стоимость, или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей, называемая также основной суммой.

БС — требуемое значение будущей стоимости, или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **БС** опущен, то он полагается равным 0.

ТИП — число 0 (нуль) или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата.

9. Рассчитайте общий платеж за первый год. Для этого в ячейку **D7** введите формулу: **=ПЛТ(\$B\$3;\$B\$2;\$B\$1)**. Для расчета общего платежа можно просто просуммировать значения ячеек B7 и C7 (**=СУММ(B7:D7)**).
10. Скопируйте формулу на диапазон ячеек **D7:D11**.
11. Для расчета остатка долга за первый год в ячейку **E7** введите формулу: **=\$B\$1+C7**, далее в ячейку **E8** введите формулу: **=E7+C8** и скопируйте ее на диапазон ячеек **E9:E11**.
12. Рассчитайте **итоговые** значения в ячейках **B12, C12, D12**.
13. Сравните полученные результаты с рис. 14

	А	В	С	Д	Е
1	Размер кредита	\$40 000,00			
2	Срок кредита	5			
3	Ставка	6%			
4					
5					
6	Годы	Платежи по процентам	Платежи по основному долгу	Годовая выплата	Остаток долга
7	1	-\$2 400,00	-\$7 095,86	-\$9 495,86	\$32 904,14
8	2	-\$1 974,25	-\$7 521,61	-\$9 495,86	\$25 382,54
9	3	-\$1 522,95	-\$7 972,90	-\$9 495,86	\$17 409,63
10	4	-\$1 044,58	-\$8 451,28	-\$9 495,86	\$8 958,35
11	5	-\$537,50	-\$8 958,35	-\$9 495,86	\$0,00
12	Итого	-\$7 479,28	-\$40 000,00	-\$47 479,28	

Рис.14.

14. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xlsx*.

Задача №10 (самостоятельно).

Выдан кредит на 10 лет в размере 10000000 руб. под 11% годовых. Погашение кредита равными долями в конце каждого года, включающими погашение основного долга и процентные платежи. Начисление процентов производится раз в год. Составить план погашения займа.

Примечание. Для расчетов создайте на новом листе *Задача 10* таблицу, аналогичную предыдущей задаче. Проведите расчеты и сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

Задача №11.

Покупатель взял в кредит 20 тыс. руб. на 12 месяцев под 25% годовых. Кредит погашается в течение года равными выплатами в конце каждого месяца. Рассчитать величину каждой выплаты, а также суммы, идущие на погашение основного долга и платежи за пользование кредитом.

Уплата в погашение кредита = Платежи в погашение основного долга + Проценты на оставшуюся сумму долга.

Решение.

1. На новом листе *Задача 11* создайте таблицу согласно рис. 15.
2. Рассчитайте месячную ставку в ячейке **C4** самостоятельно.
3. В ячейку **B7** введите формулу = -ОСПЛТ(\$C\$4;A7;\$C\$3;\$C\$1)
4. В ячейку **C7** введите формулу = -ПРПЛТ(\$C\$4;A7;\$C\$3;\$C\$1)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Сумма кредита, руб		20 000,00р.				
2	Годовая ставка		25%				
3	Число платежей		12				
4	Месячная ставка						
5					Выплачено с начала года		
6	Месяц	Погашение долга	Выплата процентов	Общий платеж	долг	проценты	Всего
7	1						
8	2						
9	3						
10	4						
11	5						
12	6						
13	7						
14	8						
15	9						
16	10						
17	12						
18	Итого						

Рис.15.

5. В ячейку **D7** введите формулу самостоятельно, используя функцию ПЛТ.
6. В ячейку **E7** введите формулу = -ОБЩДОХОД(\$C\$4;\$C\$3;\$C\$1;\$A\$7;A7;0).
7. В ячейку **F7** введите формулу = -ОБЩПЛАТ(\$C\$4;\$C\$3;\$C\$1;\$A\$7;A7;0)
8. В ячейку **G7** введите формулу самостоятельно.
9. Скопируйте эти формулы в соответствующие ячейки.
10. Рассчитайте **итоговые** значения в ячейках **B18, C18, D18**.
11. Сравните полученные результаты с рис. 16.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Сумма кредита, руб		20 000,00р.				
2	Годовая ставка		25%				
3	Число платежей		12				
4	Месячная ставка		2,08%				
5					Выплачено с начала года		
6	Месяц	Погашение долга	Выплата процентов	Общий платеж	долг	проценты	Всего
7	1	1 484,22р.	416,67р.	1 900,88р.	1 484,22р.	416,67р.	1 900,88р.
8	2	1 515,14р.	385,75р.	1 900,88р.	2 999,36р.	802,41р.	3 801,77р.
9	3	1 546,70р.	354,18р.	1 900,88р.	4 546,06р.	1 156,59р.	5 702,65р.
10	4	1 578,93р.	321,96р.	1 900,88р.	6 124,99р.	1 478,55р.	7 603,54р.
11	5	1 611,82р.	289,06р.	1 900,88р.	7 736,81р.	1 767,61р.	9 504,42р.
12	6	1 645,40р.	255,48р.	1 900,88р.	9 382,21р.	2 023,10р.	11 405,30р.
13	7	1 679,68р.	221,20р.	1 900,88р.	11 061,89р.	2 244,30р.	13 306,19р.
14	8	1 714,67р.	186,21р.	1 900,88р.	12 776,56р.	2 430,51р.	15 207,07р.
15	9	1 750,40р.	150,49р.	1 900,88р.	14 526,96р.	2 581,00р.	17 107,96р.
16	10	1 786,86р.	114,02р.	1 900,88р.	16 313,82р.	2 695,02р.	19 008,84р.
17	11	1 824,09р.	76,80р.	1 900,88р.	18 137,91р.	2 771,82р.	20 909,72р.
18	12	1 862,09р.	38,79р.	1 900,88р.	20 000,00р.	2 810,61р.	22 810,61р.
19	Итого	20 000,00р.	2 810,61р.	22810,61			

Рис.16.

15. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xls*.

4. Расчет амортизационных отчислений линейным методом, накопленного износа и остаточной стоимости.

Задача №12.

Первоначальная стоимость объекта 60000 руб. Срок полезного использования – 2 года. Объект вводится в эксплуатацию 1 мая 2004 года. Рассчитать норму амортизации, суммы амортизационных отчислений линейным методом, накопленный износ и остаточную стоимость по месяцам.

Решение.

1. На новом листе *Задача 12* создайте таблицу согласно рис. 15. В диапазоны ячеек **E3:E4**, **C7:E18** и **G7:I18** данные пока вводить не надо.
2. Чтобы ввести названия месяцев, в ячейку **B7** введите *Январь*, а затем, нажав левую кнопку мыши, «протащите» курсор по ячейкам **B7:B18**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Первоначальная стоимость, руб.				60 000р.				
2	Срок полезного использования, мес.				24				
3	Норма амортизации за месяц				4,17%				
4	Амортизационные отчисления, руб.				2 500р.				
5	Накопленный износ по месяцам					Остаточная стоимость по месяцам			
6	№	Год Месяц	2004	2005	2006	Год Месяц	2004	2005	2006
7	1	Январь	- р.	20 000р.	50 000р.	Январь	- р.	40 000р.	10 000р.
8	2	Февраль	- р.	22 500р.	52 500р.	Февраль	- р.	37 500р.	7 500р.
9	3	Март	- р.	25 000р.	55 000р.	Март	- р.	35 000р.	5 000р.
10	4	Апрель	- р.	27 500р.	57 500р.	Апрель	- р.	32 500р.	2 500р.
11	5	Май	- р.	30 000р.	60 000р.	Май	60 000р.	30 000р.	- р.
12	6	Июнь	2 500р.	32 500р.	- р.	Июнь	57 500р.	27 500р.	- р.
13	7	Июль	5 000р.	35 000р.	- р.	Июль	55 000р.	25 000р.	- р.
14	8	Август	7 500р.	37 500р.	- р.	Август	52 500р.	22 500р.	- р.
15	9	Сентябрь	10 000р.	40 000р.	- р.	Сентябрь	50 000р.	20 000р.	- р.
16	10	Октябрь	12 500р.	42 500р.	- р.	Октябрь	47 500р.	17 500р.	- р.
17	11	Ноябрь	15 000р.	45 000р.	- р.	Ноябрь	45 000р.	15 000р.	- р.
18	12	Декабрь	17 500р.	47 500р.	- р.	Декабрь	42 500р.	12 500р.	- р.

Рис. 15.

3. При форматировании ячеек **B6** и **F6** воспользуйтесь командой меню **Формат/ Ячейки/Граница**. Для слова *Год* используйте **надстрочное** начертание (**Формат/ Ячейки/Шрифт**), для слова *Месяц* – **подстрочное**.
4. В ячейку **E3** самостоятельно введите формулу для расчета нормы амортизации за один месяц. Норма амортизации рассчитывается по формуле
$$K = \frac{100\%}{n}$$
, где **n** – срок полезного использования в месяцах.
5. В ячейке **E4** для расчета величины амортизационных отчислений за месяц используйте функцию **АПЛ**. Задайте аргументы: **Стоимость-** \$E\$1, **Остаток -0**, **Период -** \$E\$2.
6. В ячейку **C12** введите формулу **=E\$4**, а в ячейку **C13** введите формулу **=C12+E\$4**. Скопируйте формулу из ячейки **C13** в ячейки **C14:C18**.
7. В ячейку **D7** введите формулу **=C18+E\$4**, а в ячейку **D8** введите **=D7+E\$4**. Скопируйте формулу из ячейки **D8** в ячейки **D9:D18**.
8. В ячейки **E7:E11** скопируйте формулы из ячеек **D7:D11**.
9. В ячейки **C7:C11** и **E12:E18** введите 0.
10. Выделите диапазон ячеек **C7:E18** и задайте денежный формат данных (кнопка **Денежный формат** ).
11. В ячейку **G11** введите формулу **=E\$1-C11**, а затем скопируйте эту формулу в соответствующие ячейки.
12. В ячейку **H11** введите формулу **=E\$1-D7** и скопируйте ее на диапазон ячеек **H8:H18**.
13. В ячейку **I11** введите формулу **=E\$1-E7** и скопируйте ее на диапазон ячеек **I8:I10**.
14. В ячейки **I11:I18** введите 0.
15. Сохраните изменения в файле *Финансовые расчеты.xlsx*.